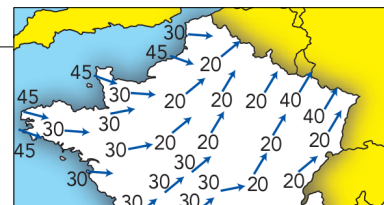


1. Rappel de première : champ de pesanteur – champ électrique

- Un champ vectoriel associe un vecteur à chaque point de l'espace.
- Si tous les vecteurs sont égaux (direction, sens, valeur) et indépendants du point considéré, le champ vectoriel est « uniforme »



Champ de pesanteur \vec{g}

- Le champ de pesanteur \vec{g} créé par la Terre en un point M de son voisinage, est le rapport entre le poids \vec{P} d'un objet de masse m placé en M, à sa masse m :

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m} \text{ soit } \vec{P} = m \times \vec{g}$$

- Le champ de pesanteur \vec{g} n'est pas dû uniquement au champ de gravitation \vec{g}_g , il dépend d'autres paramètres, notamment du fait que la Terre tourne sur elle-même ou que la croûte terrestre n'est pas homogène.
- Le champ de pesanteur \vec{g} est vertical, orienté vers le bas et de valeur $\|\vec{g}\| = g$ qui dépend de l'altitude et de la latitude.

Néanmoins, dans des portions de l'espace petites par rapport à la taille de la Terre, le champ de pesanteur \vec{g} est considéré comme uniforme.

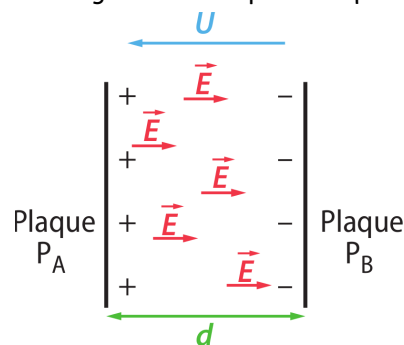


Champ électrique \vec{E}

- Le champ électrique \vec{E} en un point M est le rapport entre la force électrique $\vec{F}_{\text{él.}}$ subie par une particule chargée placée en M, à sa charge électrique q (C) :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{él.}}}{q} \text{ soit } \vec{F}_{\text{él.}} = q \times \vec{E} \quad (q > 0 \text{ ou } q < 0)$$

- Un condensateur plan est constitué de deux plaques conductrices parallèles séparées d'une distance d. Il est chargé sous une tension U. Entre les armatures règne un champ électrique \vec{E} .



- ↳ La direction de \vec{E} est perpendiculaire aux plaques.
- ↳ \vec{E} est orienté depuis les charges positives vers les charges négatives.

- ↳ Sa valeur est $\|\vec{E}\| = E = \frac{|U|}{d_{\text{entre les plaques}}}$ ($V \cdot m^{-1}$) où U est la tension appliquée à ses bornes (V) et d la distance entre les armatures (m)

Le champ électrique \vec{E} qui règne entre les armatures d'un condensateur plan est uniforme.

2. Établir les équations horaires du mouvement dans un champ uniforme

Champ de pesanteur \vec{g}

1. Énoncé du problème

- On s'intéresse au mouvement du centre de masse G d'un skieur de masse m, qui s'élanche depuis une rampe.

- ↳ À la date $t_0 = 0$ s, il surgit dans la zone du saut au

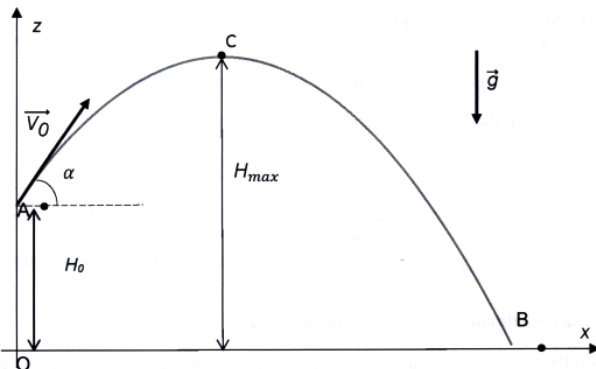
Champ électrique \vec{E}

- On étudie le mouvement d'une goutte d'encre G, supposée ponctuelle, de masse m et de charge électrique q négative.

- ↳ À la date $t_0 = 0$ s, la goutte pénètre dans une zone

point A, situé à une hauteur H_0 , avec une vitesse initiale dont le vecteur \vec{v}_0 est incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

↳ On néglige les frottements de l'air ainsi que les rotations du skieur sur lui-même.



D'après Bac 03/23, Asie Pacifique, Jour 2.

Champ de pesanteur \vec{g}

2. Définition du système – Choix du référentiel

- Le système étudié est le {Skieur} modélisé par un point matériel de masse m .
- On se place dans le référentiel terrestre, considéré comme galiléen.

3. Inventaire des forces appliquées au système

- Comme on néglige les frottements de l'air, la seule force appliquée au système est son poids $\vec{P}=m\vec{g}$.
- ↳ \vec{P} est vertical, orienté vers le bas.

4. Utilisation de la deuxième loi de Newton pour exprimer le vecteur accélération \vec{a}

- La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

où \vec{a} est l'accélération du système dans le référentiel choisi.

- Ici, il vient donc : $\vec{P}=m\vec{a}$ soit $m\vec{g}=m\vec{a}$ et enfin :

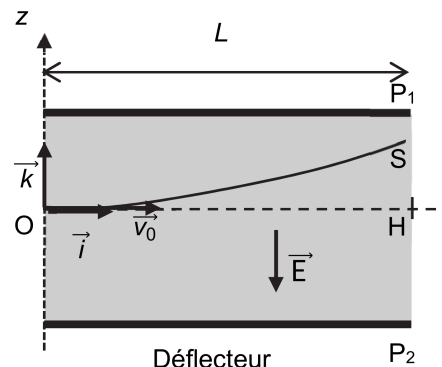
$$\vec{a} = \vec{g}$$

- En projetant dans le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{pmatrix} \text{ puisque } \vec{g} = -g\vec{k}.$$

de champ électrique uniforme au point O avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$.

↳ On suppose que l'action de l'air et la valeur du poids de la goutte sont négligeables par rapport à celle de la force électrique subie dans le déflecteur.



D'après Bac 09/23, Métropole, Jour 2.

Champ électrique \vec{E}

- Le système étudié est la {Goutte} assimilée à un point matériel de masse m , portant une charge électrique q négative.
- On se place dans le référentiel terrestre, considéré comme galiléen.

- Comme on néglige les frottements de l'air et le poids, la seule force appliquée au système est la force électrique $\vec{F}_{\text{él.}} = q\vec{E}$.

↳ $\vec{F}_{\text{él.}}$ est verticale, orientée vers le haut.

- La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

où \vec{a} est l'accélération du système dans le référentiel choisi.

- Ici, il vient donc : $F_{\text{él.}} = m\vec{a}$ soit $q\vec{E} = m\vec{a}$ et enfin :

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

- En projetant dans le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_z = -\frac{q}{m} E \end{pmatrix} \text{ puisque } \vec{E} = -E\vec{k}.$$

Champ de pesanteur \vec{g} **Champ électrique \vec{E}** **5. Détermination des primitives des coordonnées de \vec{a} avec les constantes d'intégration**

• Les coordonnées du vecteur \vec{v} sont des primitives des coordonnées du vecteur \vec{a} :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x = C_1 \\ v_z = -g \times t + C_2 \end{pmatrix}$$

• Les coordonnées du vecteur \vec{v} sont des primitives des coordonnées du vecteur \vec{a} :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x = C_1 \\ v_z = -\frac{q}{m} E \times t + C_2 \end{pmatrix}$$

6. Détermination des constantes d'intégration à l'aide des conditions initiales

• À $t_0 = 0$ s, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) , le vecteur vitesse vaut : $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0z} = v_0 \sin(\alpha) \end{pmatrix}$ puisque \vec{v}_0 est incliné d'un angle α par rapport à l'axe Ox.

↳ Les constantes d'intégration valent donc : $C_1 = v_{0x} = v_0 \cos(\alpha)$ et $C_2 = v_{0z} = v_0 \sin(\alpha)$

↳ Le vecteur vitesse \vec{v} vaut finalement :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x = v_0 \cos(\alpha) \\ v_z = -g \times t + v_0 \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

• À $t_0 = 0$ s, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) , le vecteur vitesse vaut : $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \\ v_{0z} = 0 \end{pmatrix}$ puisque $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$.

↳ Les constantes d'intégration valent donc : $C_1 = v_{0x} = v_0$ et $C_2 = v_{0z} = 0$

↳ Le vecteur vitesse \vec{v} vaut finalement :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x = v_0 \\ v_z = -\frac{q}{m} E \times t \end{pmatrix}$$

7. Détermination des primitives des coordonnées de \vec{v} avec les constantes d'intégration

• Les coordonnées du vecteur \vec{OG} sont des primitives des coordonnées du vecteur \vec{v} :

$$\vec{OG} = \begin{pmatrix} x = v_0 \cos(\alpha) \times t + C_3 \\ z = -\frac{1}{2} g \times t^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + C_4 \end{pmatrix}$$

• Les coordonnées du vecteur \vec{OG} sont des primitives des coordonnées du vecteur \vec{v} :

$$\vec{OG} = \begin{pmatrix} x = v_0 \times t + C_3 \\ z = -\frac{1}{2} \frac{q}{m} E \times t^2 + C_4 \end{pmatrix}$$

8. Détermination des constantes d'intégration à l'aide des conditions initiales

• À $t_0 = 0$ s, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) , le vecteur position est :

$$\vec{OG}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ H_0 \end{pmatrix} \text{ puisque le skieur arrive au point A.}$$

↳ Les constantes d'intégration valent donc : $C_3 = 0$ et $C_4 = H_0$.

↳ Le vecteur position \vec{OG} vaut finalement :

$$\vec{OG} = \begin{pmatrix} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \times t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g \times t^2 + v_0 \sin(\alpha) \times t + H_0 \end{pmatrix}$$

• À $t_0 = 0$ s, dans le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) , le vecteur position est :

$$\vec{OG}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ puisque la particule émerge au point O.}$$

↳ Les constantes d'intégration valent donc : $C_3 = 0$ et $C_4 = 0$.

↳ Le vecteur position \vec{OG} vaut finalement :

$$\vec{OG} = \begin{pmatrix} x(t) = v_0 \times t \\ z(t) = -\frac{qE}{2m} \times t^2 \end{pmatrix}$$

3. Établir l'équation de la trajectoire du mouvement dans un champ uniforme**3.1. Planéité du mouvement**

• Dans les deux cas :

↳ la composante du vecteur accélération sur l'axe y est nulle : $a_y = 0$.

↳ la composante du vecteur vitesse à $t_0 = 0$ s sur l'axe y est nulle : $v_{0y} = 0$.

L'intégration conduit alors à une équation horaire sur l'axe Oy qui s'écrit : $y(t) = 0$. Cela signifie que y est nul durant tout le mouvement, et donc, que le mouvement a lieu dans le plan vertical (O, x, z) .

3.2. Équation de la trajectoire

- Voir le paragraphe 5. du TP et de sa correction.

4. Rappel de première : aspects énergétiques

4.1. Théorème de l'énergie cinétique

La variation d'énergie cinétique ΔE_c d'un système en mouvement d'une position A à une position B dans un référentiel donné, est égale à la somme des travaux $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB}$ de toutes les forces appliquées au système entre A et B.

$$\Delta E_c = E_{c_B} - E_{c_A} = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) \text{ avec } E_c = \frac{1}{2} m v^2, \text{ dans le référentiel choisi.}$$

4.2. Énergie potentielle de pesanteur

Le poids étant une force conservative, on peut définir une énergie potentielle de pesanteur. Son expression pour un système modélisé par un point matériel de masse m , situé à l'altitude z est :

$$E_p = m \cdot g \cdot z$$

L'axe Oz est orienté vers le haut, et $E_p = 0$ à l'altitude $z = 0$, choisie comme référence.

4.3. Conservation de l'énergie mécanique

L'énergie mécanique d'un système modélisé par un point matériel de masse m , est la somme de ses énergies cinétique et potentielle :

$$E_M = E_c + E_p$$

La variation d'énergie mécanique ΔE_M d'un système en mouvement d'une position A à une position B dans un référentiel donné et soumis uniquement à des forces conservatives, est nulle. On dit que l'énergie mécanique se conserve :

$$\Delta E_M = E_{M_B} - E_{M_A} = 0$$

5. Accélérateur linéaire de particules chargées

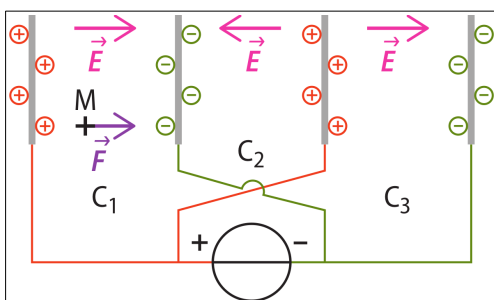
5.1. Principe

- Lors d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré, les vecteurs accélération \vec{a} et vitesse \vec{v} sont colinéaires et de même sens.

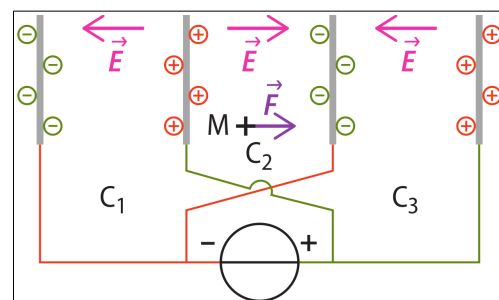
↳ Dans un accélérateur linéaire, la particule chargée est placée dans un champ électrique \vec{E} en sorte que la force électrique \vec{F}_{el} qu'elle subit soit colinéaire à son vecteur vitesse \vec{v} et de même sens.

- La particule traverse une succession de cavités qui s'apparentent à des condensateurs plans. La polarité de la tension doit être changée chaque fois que la particule change de cavité, afin qu'elle soit sans cesse accélérée.

↳ Il s'agit donc d'une tension alternative.



Une particule positive est accélérée dans C₁.

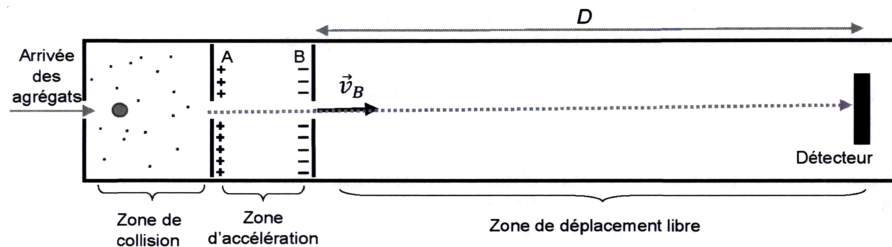


Une particule positive est accélérée dans C₂. La polarité du générateur a été inversée.

5.2. Exploitation du théorème de l'énergie cinétique

1. Énoncé du problème

- On injecte à l'entrée d'une zone de collision des agrégats constitués de $N = 50$ molécules d'eau. Chaque agrégat porte une charge électrique q positive. Les agrégats passent ensuite dans une zone d'accélération constituée de deux armatures métalliques A et B distantes de 10 cm, percées chacune d'un trou en leur centre, et aux bornes desquelles on applique une tension $U = 10$ kV.



D'après Bac 03/23, Asie Pacifique, Jour 2.

2. Définition du système – Choix du référentiel

- Le système étudié est un {Agrégat de molécules d'eau} modélisé par un point matériel de masse m et de charge électrique q positive.
- On se place dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

3. Inventaire des forces appliquées au système

- En l'absence de frottements et le poids étant négligeable face à la force électrique, la seule force à prendre en compte est la force électrique $\vec{F}_{\text{él.}} = q\vec{E}$.
 - ↳ Le champ électrique \vec{E} est perpendiculaire aux plaques, et orienté des charges positives vers les charges négatives.
 - ↳ Comme $q > 0$, $\vec{F}_{\text{él.}}$ est horizontale, orientée vers le détecteur.

4. Utilisation du théorème de l'énergie cinétique pour déterminer la valeur de la vitesse en B

- On étudie la variation d'énergie cinétique entre la plaque A et la plaque B.

↳ La vitesse de la particule à l'entrée dans la zone d'accélération en A est négligeable, l'énergie cinétique de la particule en A vaut : $E_{CA} = \frac{1}{2} m v_A^2 = 0$

↳ L'énergie cinétique de la particule en B vaut : $E_{CB} = \frac{1}{2} m v_B^2$.

↳ La variation d'énergie cinétique entre A et B vaut donc : $\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = \frac{1}{2} m v_B^2$

- Le travail de la force électrique entre A et B vaut : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{él.}}) = \vec{F}_{\text{él.}} \cdot \vec{AB}$.

Avec les propriétés du produit scalaire, ce travail s'écrit : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{él.}}) = \|\vec{F}_{\text{él.}}\| \times \|\vec{AB}\| \times \cos(0)$

Puis, en allégeant, et en remplaçant la force électrique par son expression : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{él.}}) = q \times E \times AB$

Or, la valeur du champ électrique entre les armatures est : $E = \frac{|U|}{d_{\text{entre les plaques}}} = \frac{U}{AB}$ avec $U > 0$.

Finalement, le travail de la force électrique entre A et B vaut : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{él.}}) = q \times U$ Ce travail est moteur puisque q est positive.

- Le théorème de l'énergie cinétique s'exprime : $E_{CB} - E_{CA} = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$. En remplaçant par les expressions respectives, il vient : $\frac{1}{2} m v_B^2 = q \times U$.

↳ La vitesse d'un agrégat en B vaut : $v_B = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$.