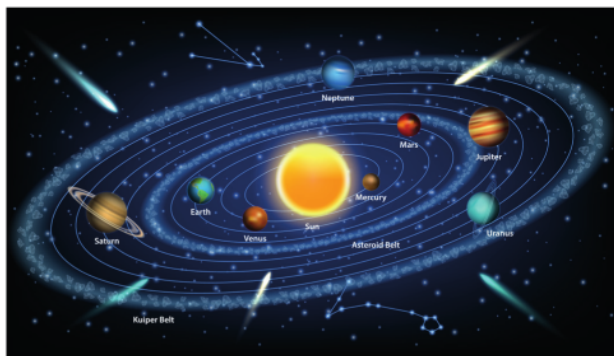
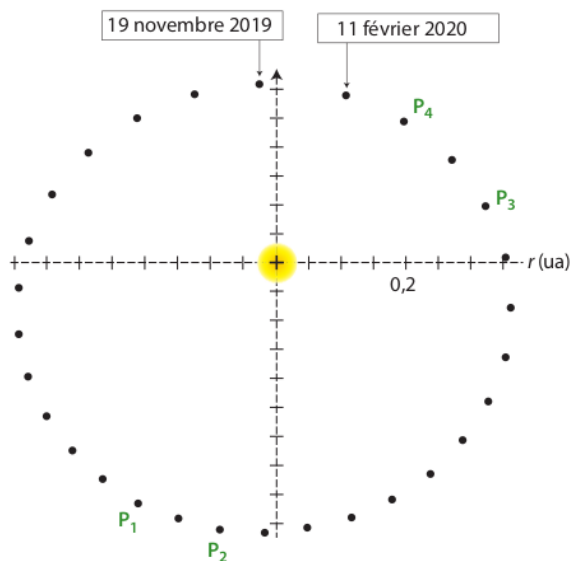


On se propose de vérifier les trois lois de Kepler dans le référentiel héliocentrique à partir de la trajectoire de Mercure et de données astronomiques des autres planètes du système solaire.



A Trajectoire de Mercure dans le référentiel héliocentrique entre le 19 novembre et le 11 février 2020

Les données ayant permis de tracer cette trajectoire sont issues du site de l'Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides situé au sein de l'Observatoire de Paris.



Deux positions consécutives de la planète sont séparées de trois jours.

B Première loi de Kepler dans le référentiel héliocentrique

Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre de masse d'une planète est une ellipse dont le centre de masse S du Soleil est l'un des foyers.

C Deuxième loi de Kepler dans le référentiel héliocentrique

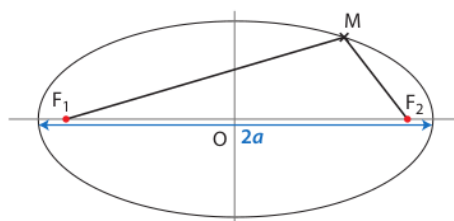
Le segment de droite reliant les centres de masse du Soleil et d'une planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

D Propriétés d'une ellipse

Une ellipse de foyers F_1 et F_2 est l'ensemble des points M d'un plan qui vérifient la relation :

$$MF_1 + MF_2 = 2a$$

où a est le demi-grand axe de l'ellipse.



Utiliser le schéma A pour répondre aux questions suivantes.

Partie I Vérification de la première loi de Kepler

• **RÉA** Vérifier, sur deux positions choisies, que la trajectoire de Mercure dans le référentiel héliocentrique est elliptique.

Partie II Deuxième loi de Kepler

1. **RÉA** On a repéré sur la trajectoire différentes positions P_1 , P_2 , P_3 et P_4 de Mercure. Tracer sur le document fourni les secteurs elliptiques SP_1P_2 puis SP_3P_4 .

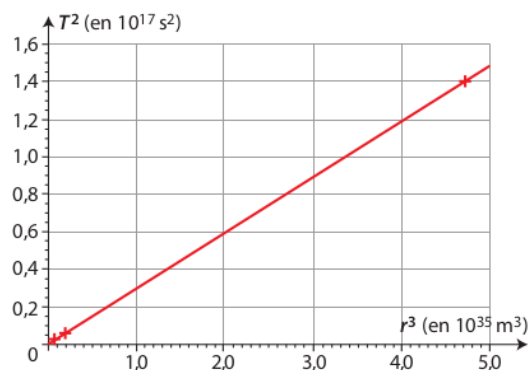
2. **RÉA** Évaluer l'aire des surfaces ainsi délimitées.

3. **VAL** La deuxième loi de Kepler est-elle vérifiée ?

Partie III Troisième loi de Kepler

On se place dans l'approximation du mouvement circulaire pour toutes les planètes du système solaire.

Le graphique ci-dessous donne l'évolution du carré de la période de révolution des planètes en fonction du cube du rayon de leur orbite.



1. **VAL** Montrer que ce graphique est en accord avec la troisième loi de Kepler.

2. **ANA-RAIS** L'astéroïde Cérès fut découvert le 1^{er} janvier 1801 par Giuseppe PIAZZI.

Avec un diamètre d'environ 950 km, Cérès est l'objet le plus grand et le plus massif de la ceinture d'astéroïdes. Sa période de révolution autour du Soleil est 4,5 ans.

Déterminer le rayon de l'orbite de Cérès.

16 Éris et Dysnomia

| Mobiliser ses connaissances ; effectuer des calculs.

D'après Baccalauréat Liban, 2009

Éris parcourt une orbite elliptique autour du Soleil et possède un satellite naturel baptisé Dysnomia. Le mouvement de Dysnomia autour d'Éris, de masse M_E , est supposé circulaire et uniforme.



1. Définir le référentiel permettant d'étudier le mouvement de Dysnomia autour d'Éris. Ce référentiel est considéré comme galiléen.

2. Donner les caractéristiques du vecteur accélération \vec{a} du centre de masse de Dysnomia.

3. Montrer que la période de révolution T_D de Dysnomia a pour expression :

$$T_D = 2\pi \times \sqrt{\frac{r_D^3}{G \times M_E}}$$

4. Exprimer puis calculer la masse M_E d'Éris.

Données

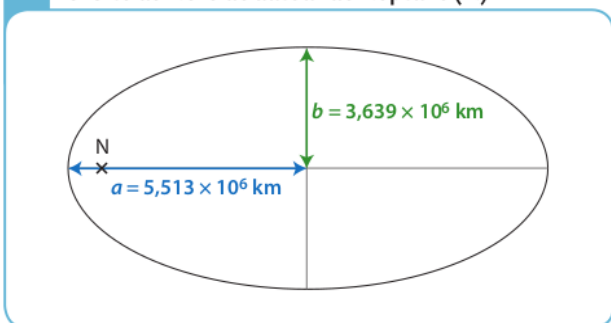
- Constante universelle de gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.
- Rayon de l'orbite circulaire de Dysnomia : $r_D = 3,60 \times 10^7 \text{ m}$.
- Période de révolution de Dysnomia : $T_D = 15,0 \text{ jours}$.

19 Neptune et Néréide

| Exploiter un schéma ; effectuer des calculs.

Neptune possède plusieurs satellites, dont les plus connus sont Triton et Néréide.

A Orbite de Néréide autour de Neptune (N)



Un cercle est un cas particulier d'une ellipse pour lequel $a = b$.

1. Justifier que le mouvement de Néréide n'est pas circulaire dans le référentiel centré sur Neptune.

2. a. Donner l'expression de la troisième loi de Kepler dans le cas du mouvement circulaire de Triton autour de Neptune.

b. Faire l'application numérique.

3. Calculer le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ pour Néréide. Comparer ce rapport au résultat de la question 2. b.

4. Étendre, à partir de cet exemple, la troisième loi de Kepler à un mouvement elliptique.

Données

- Période de révolution de Triton : $T_{\text{Triton}} = 5,877 \text{ jours}$.
- Rayon de l'orbite de Triton : $r_{\text{Triton}} = 3,547 \times 10^5 \text{ km}$.
- Période de révolution de Néréide : $T_{\text{Néréide}} = 360 \text{ jours}$.

13 À chacun son rythme

Satellites d'Uranus

| Effectuer des calculs ; rédiger une explication.

Commencer par résoudre l'énoncé compact. En cas de difficultés, passer à l'énoncé détaillé.

La planète Uranus possède plusieurs satellites.

Le tableau ci-dessous donne la période de révolution T et le rayon r de la trajectoire quasi circulaire de quatre de ces satellites dans le référentiel centré sur Uranus.

Satellite	Miranda	Ariel	Umbriel	Titania
T (jours)	1,413	2,520	4,144 4	8,706
r (km)	129 780	192 240	265 970	435 840



Énoncé compact

La troisième loi de Kepler est-elle vérifiée dans le référentiel centré sur Uranus ?

Énoncé détaillé

1. Énoncer la troisième loi de Kepler dans le référentiel centré sur Uranus.

2. Déterminer, pour chaque satellite, le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ en précisant son unité.

3. La troisième loi de Kepler est-elle vérifiée dans le référentiel centré sur Uranus ?