1. Session 2023 – Jour1 – Asie Pacifique

Partie D - Autour de Saturne

Les anneaux de Saturne semblent continus depuis la Terre. En réalité, ils sont constitués de morceaux de glace et de poussières dont la taille maximale est de l'ordre de quelques centaines de mètres. Chacun de ces morceaux, tout comme les lunes en orbite autour de Saturne, obéissent aux lois du mouvement d'un satellite dans un champ de gravitation.

Données

- Rayon de Saturne : $R_S = 58{,}2 \times 10^3$ km
- Rayon intérieur du premier anneau : $r_{int} = 6{,}69 \times 10^4$ km
- Rayon extérieur du premier anneau : $r_{ext} = 7{,}45 \times 10^4$ km
- Rayon extérieur du dernier anneau : $R_{ext} = 1{,}36 \times 10^5$ km
- Rayon de l'orbite de Janus : $R_J = 1{,}51 \times 10^5$ km
- Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$

La vitesse v, constante, d'un satellite de masse m en orbite circulaire autour de Saturne est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_S}{r}} \qquad \textbf{(relation 1)}$$

où r est le rayon constant de l'orbite du satellite et M_S la masse de Saturne.

13. Retrouver la **relation 1** en utilisant la deuxième loi de Newton et la loi d'interaction gravitationnelle.

14. Montrer que l'expression de la vitesse du satellite permet de retrouver la troisième loi de Kepler qui relie la période T du satellite au rayon r de son orbite : $T^2 = k \times r^3$ avec $k = \frac{4\pi^2}{G \times M_S}$.

15. Déterminer la masse de Saturne sachant que la période de révolution de Janus est de 17 h.

16. Justifier qualitativement que tous les corps du premier anneau ne tournent pas à la même vitesse autour de Saturne.

17. Déterminer le nombre de tours effectués par la bordure interne du premier anneau, située à la distance r_{int}, pendant que la bordure externe du dernier anneau, située à R_{ext}, réalise un tour complet.

EXERCICE 2 - À LA RECHERCHE D'UNE AUTRE TERRE (6 points)

Les astronomes s'intéressent particulièrement aux exoplanètes (planètes situées en dehors de notre système solaire) présentant des similitudes avec notre Terre car elles pourraient éventuellement réunir des conditions indispensables à l'apparition de la vie telle que nous la connaissons.

L'objectif de cet exercice est de déterminer quelques caractéristiques d'une exoplanète dont la découverte a été annoncée en décembre 2021, dans le cadre d'un projet international.

Cette exoplanète est nommée GJ 367b, elle sera notée P dans cet exercice. Elle est en orbite autour de l'étoile hôte GJ 367, qui sera notée E.

Donnée

Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67\times10^{-11}\ \mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}$

Partie A - Détection par la méthode du transit

Une exoplanète peut être détectée par la méthode du transit planétaire qui consiste à mesurer régulièrement la luminosité d'une étoile afin de détecter la baisse périodique de sa luminosité. Cette baisse de luminosité est associée au passage par rapport à l'observateur d'une exoplanète devant l'étoile (**figure 1** et **figure 2** ci-dessous).

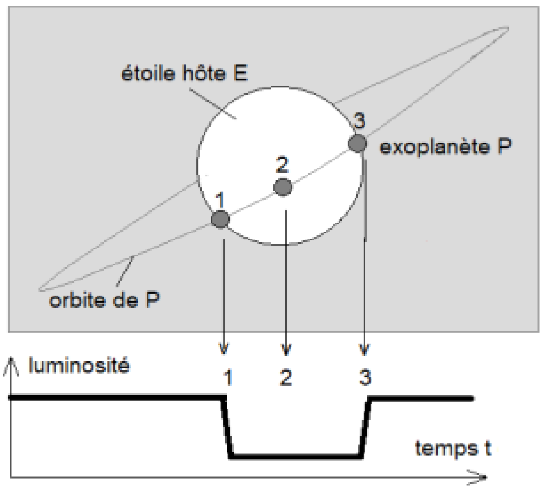


Figure 1. Variation de la luminosité de l'étoile lors d'un transit

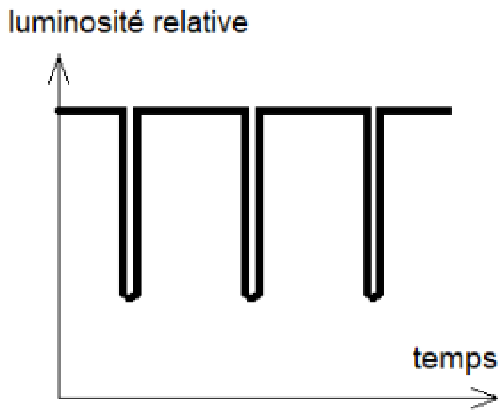


Figure 2. Variation de la luminosité d'une étoile pour trois transits consécutifs

1. À partir de la **figure 3 (ANNEXE PAGE 12/12 À RENDRE AVEC LA COPIE)**, justifier l'utilisation du terme « périodique » pour décrire la variation de luminosité de l'étoile.

2. À partir de la **figure 3 (ANNEXE PAGE 12/12 À RENDRE AVEC LA COPIE)**, déterminer la valeur de la période T du phénomène observé le plus précisément possible, en indiquant la méthode employée.

Partie B - Mouvement de l'exoplanète GJ 367b

Dans le référentiel de l'étoile E, supposé galiléen, on considère que l'orbite de l'exoplanète P est circulaire, de centre O (centre de l'étoile) et de rayon *r*. La masse de l'exoplanète est notée m_P.

Par ailleurs, l'exploitation d'observations complémentaires a permis de déterminer la valeur de la masse de l'étoile E : $M_E = 9{,}5\text{x}10^{29}$ kg.

3. Sans souci d'échelle, représenter sur la **figure 4** (**<u>ANNEXE PAGE 12/12 À RENDRE AVEC LA COPIE</u>**) la force gravitationnelle exercée par l'étoile E sur l'exoplanète P.

4. Écrire l'expression vectorielle de cette force dans le repère de Frenet $(P, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$ en fonction de G, M_E, m_P et r.

5. Énoncer la deuxième loi de Kepler, dite « loi des aires ».

6. Compléter la **figure 4** (**<u>ANNEXE PAGE 12/12 À RENDRE AVEC LA COPIE</u>**) afin d'illustrer cette loi et justifier que le mouvement de l'exoplanète P est uniforme.

7. Appliquer la deuxième loi de Newton à l'exoplanète P et démontrer que la vitesse v_P de l'exoplanète P sur son orbite peut s'écrire : $v_P = \sqrt{\frac{G \times M_E}{r}}$.

8. Donner l'expression de la période de révolution T de l'exoplanète P en fonction de sa vitesse v_P et du rayon r de son orbite circulaire. En déduire l'égalité suivante :

   $T^2 = \frac{4\pi^2 \times r^3}{G \times M_E}$.

9. En admettant que T = 7,7 h, montrer que la valeur du rayon r de la trajectoire circulaire de l'exoplanète autour de l'étoile E est proche d'un million de kilomètres.

Partie C – GJ 367b : une exoplanète de fer ?

Concernant l'exoplanète GJ 367b, en décembre 2021, un magazine scientifique titre « *Une planète de fer a été découverte* ».

Les chercheurs ont pu déterminer que l'exoplanète P a un volume V_P égal à 37 % du volume de la Terre V_T et une masse M_P égale à 55 % de la masse de la Terre M_T.

Données

- Masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg
- Rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37 \times 10^6$ m
- Masse volumique du fer : $\rho(Fe) = 7{,}9 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Volume d'une sphère de rayon r : $V = \frac{4}{3}\pi \times r^3$

10. Calculer la masse volumique de la planète et justifier la référence au fer dans le titre « *Une planète de fer a été découverte* ».

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 2

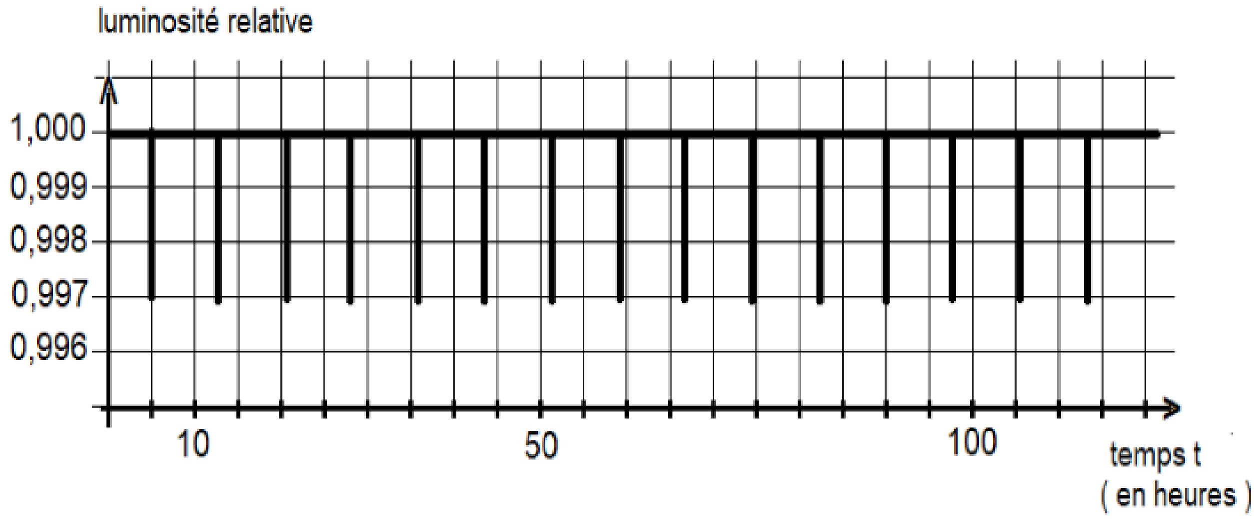


Figure 3. Variation temporelle de la luminosité relative de l'étoile GJ 367

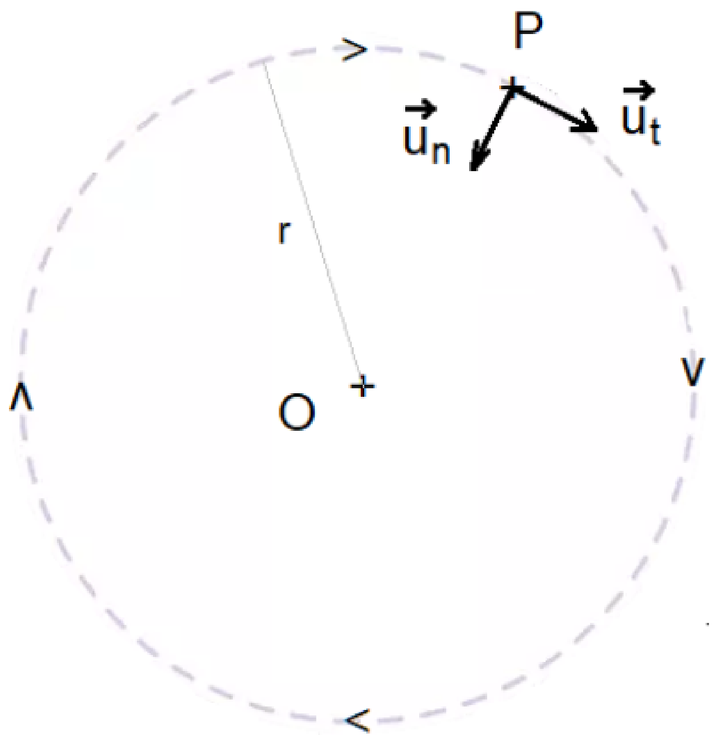


Figure 4. Trajectoire de l'exoplanète P autour du centre O de l'étoile GJ 367

EXERCICE 1 : COMPRENDRE LES NUAGES (11 POINTS)

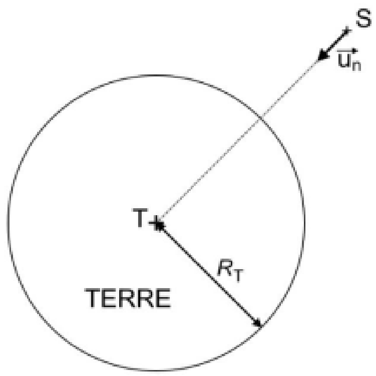
B. Earthcare, un satellite pour étudier les nuages

EarthCARE (Earth Clouds, Aerosols and Radiation Explorer) est un satellite d'observation de l'atmosphère terrestre faisant partie du programme Living Planet de l'ESA (European Space Agency). L'un des objectifs de cette mission est d'améliorer notre compréhension du bilan radiatif de la Terre et de ses effets sur le climat. Son lancement est prévu pour 2023. Le satellite effectuera environ 16 fois le tour de la Terre chaque jour.

D'après *Wikipédia.*

Données :

- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m²·kg^{-2} ;
- masse de la Terre : $M_T = 5{,}97\times10^{24}$ kg ;
- rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37\times10^{3}$ km ;
- on considère que le satellite EarthCARE (noté S, de masse M_S) supposé ponctuel est en mouvement circulaire autour de la Terre à une altitude h = 390 km.



Q.5. Exprimer la force d'interaction gravitationnelle $\overrightarrow{F_{T/S}}$ que la Terre exerce sur le satellite, en fonction notamment du vecteur unitaire $\vec{u_n}$, de la masse de la Terre M_T, de la masse du satellite M_S, du rayon de la Terre R_T et de l'altitude h.

Q.6. En appliquant la seconde loi de Newton et en utilisant le repère de Frenet, montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

Q.7. Montrer que la valeur de la vitesse v du satellite est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{R_T + h}}$$

Q.8. Déduire des questions précédentes que la période de révolution du satellite est donnée par la relation :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \times M_T}}$$

Q.9. Calculer la valeur de la période de révolution T et déterminer si cette valeur est en accord avec la phrase d'introduction : « Le satellite effectuera environ 16 fois le tour de la Terre chaque jour. »

4. Session 2023 – Jour1 – Métropole

EXERCICE 1 - À LA DÉCOUVERTE DE SATURNE (11 points)

La planète Saturne a été observée à travers une lunette astronomique pour la première fois par l'astronome Galilée en 1610. Il a pu entrevoir la planète, mais sa lunette ne lui a pas permis de distinguer clairement ce qui l'entourait (figure 1).

Ce n'est qu'en 1655, grâce à une lunette plus perfectionnée, que Christian Huygens comprend que ce qui entoure Saturne sont des anneaux dont l'aspect varie avec l'angle d'observation. La même année, il découvre également Titan, le plus gros satellite de Saturne (figures 2 et 3).

Figure 1. Saturne représentée par Galilée en 1610

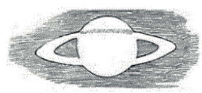


Figure 2. Un des premiers dessins de Saturne réalisé par Huygens en 1655

Figure 3. Positions respectives de Saturne et de Titan schématisées par Huygens en 1655

Source : *Systema Saturnium* de Huygens

Le but de cet exercice est d'étudier la lunette astronomique de Huygens afin de comparer ses observations de Saturne et de ses anneaux à celles de Galilée. La fin de l'exercice est consacrée à l'étude du mouvement du satellite Titan à partir des observations de Huygens.

Données :

- caractéristiques des lunettes astronomiques utilisées par Galilée et Huygens :

	Distance focale f_1' de l'objectif	Distance focale f_2' de l'oculaire	Diamètre a de l'objectif	Grossissement
Lunette de Galilée utilisée en 1610			29,0 mm	$G_{Gal} = 14$
Lunette de Huygens utilisée en 1655	329 cm	7,0 cm	51,0 mm	

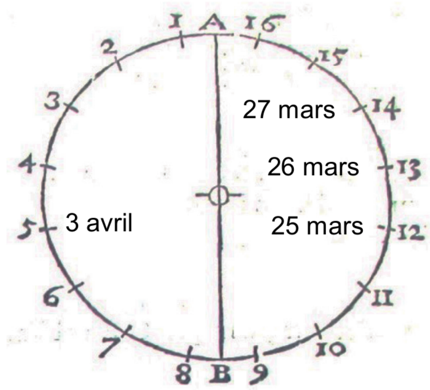
- un observateur peut distinguer deux points différents d'un objet si l'angle sous lequel sont vus ces deux points, depuis le point d'observation, est supérieur ou égal à $3{,}0 \times 10^{-4}$ rad ;
- approximation dans le cas de petits angles ($\theta << 1$ rad) : $\tan(\theta) = \theta$;
- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻² ;
- masse de Saturne : $M_S = 5{,}68 \times 10^{26}$ kg ;
- masse de Titan : $M_T = 1{,}34 \times 10^{23}$ kg ;
- distance moyenne entre la Terre et Saturne : $D_{T\text{-}S} = 1{,}42 \times 10^{9}$ km ;
- rayon de l'orbite de Titan autour de Saturne : $R = 1{,}22 \times 10^{6}$ km.

3. Découverte de Titan par Huygens

Le 25 mars 1655, à 8 heures du soir, employant sa lunette, Huygens aperçoit près de Saturne, un point brillant qu'il soupçonne être un satellite de cette planète. Plus tard, ce satellite sera appelé Titan.

« Après le 25 mars 1655, à savoir le 10 avril, le satellite a été vu à la même position qu'il occupait à cette première date. De même, le 3 et le 19 avril de cette même année des positions identiques furent observées ; de même encore le 13 et le 29 de ce mois. Tenant donc compte de ces résultats, j'ai dessiné une circonférence de cercle représentant l'orbite du satellite, avec Saturne au centre, et je l'ai divisée en 16 parties, comme le montre la figure suivante. Dans cette orbite j'ai fait circuler le satellite suivant l'ordre naturel des chiffres. […]

Cherchant ensuite sur cette circonférence l'endroit où le satellite s'était trouvé dans notre première observation et corrigeant plusieurs fois cet endroit, […] il m'a semblé enfin que tout le mouvement peut être représenté le plus commodément, si dans le cas de la première observation, celle du 25 mars 1655, le satellite est placé auprès du nombre 12. Par suite le satellite de Saturne était le 26 mars auprès du nombre 13, le 27 mars auprès du nombre 14, le 3 avril auprès du nombre 5 et ainsi de suite aux endroits de l'orbite qui correspondent assez bien avec les situations observées la première année. »



Source : d'après *Systema Saturnium,* Huygens

Q11. Justifier le choix de Huygens de diviser la trajectoire de Titan en 16 parties.

Le mouvement de Titan, noté T, est étudié dans le référentiel saturnocentrique, dont l'origine est placée au centre S de Saturne et dont les axes sont dirigés vers des étoiles lointaines. Il est considéré comme galiléen. On travaille dans le repère de Frenet (T, $\vec{u_t}$, $\vec{u_n}$).

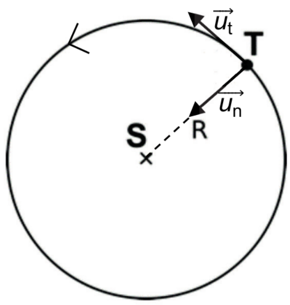


Figure 7. Schéma de la trajectoire de Titan dans le référentiel saturnocentrique

Dans *Systema Saturnium*, Huygens précise que la valeur de la période de révolution T_{Huy} de Titan est de « 15 jours 23 heures 13 minutes ».

Q12. Donner l'expression vectorielle de la force d'interaction gravitationnelle exercée par Saturne sur le satellite Titan en fonction de G, M_S, M_T, R et de l'un des vecteurs unitaires.

Q13. Le mouvement de Titan autour de S est supposé circulaire. Montrer qu'il est uniforme puis que l'expression de la vitesse du satellite s'écrit sous la forme :

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{R}}$$

Q14. En déduire l'expression de la période de révolution notée T_{Kep} de Titan. Calculer sa valeur. Commenter.