

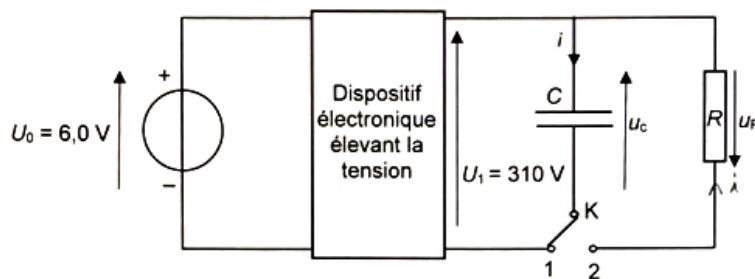
1. Session 2023 – Jour1 – Amérique du Nord

Un photographe amateur souhaite photographier le skateboardeur pendant le saut décrit précédemment. Il est équipé d'un appareil photographique muni d'un flash (voir ci-contre).



Les éléments essentiels d'un flash sont le condensateur et le tube néon émettant un flash lumineux puissant lorsque le condensateur se décharge.

On peut représenter par un schéma électrique simplifié le fonctionnement du flash. L'interrupteur K permet la charge du condensateur de capacité C quand celui-ci est en position 1. Le déclenchement par le photographe bascule l'interrupteur sur la position 2 permettant ainsi la décharge du condensateur dans le tube néon considéré alors comme un conducteur ohmique de résistance R.



Q.13. Montrer que l'équation différentielle modélisant l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur lors de sa décharge peut s'écrire :

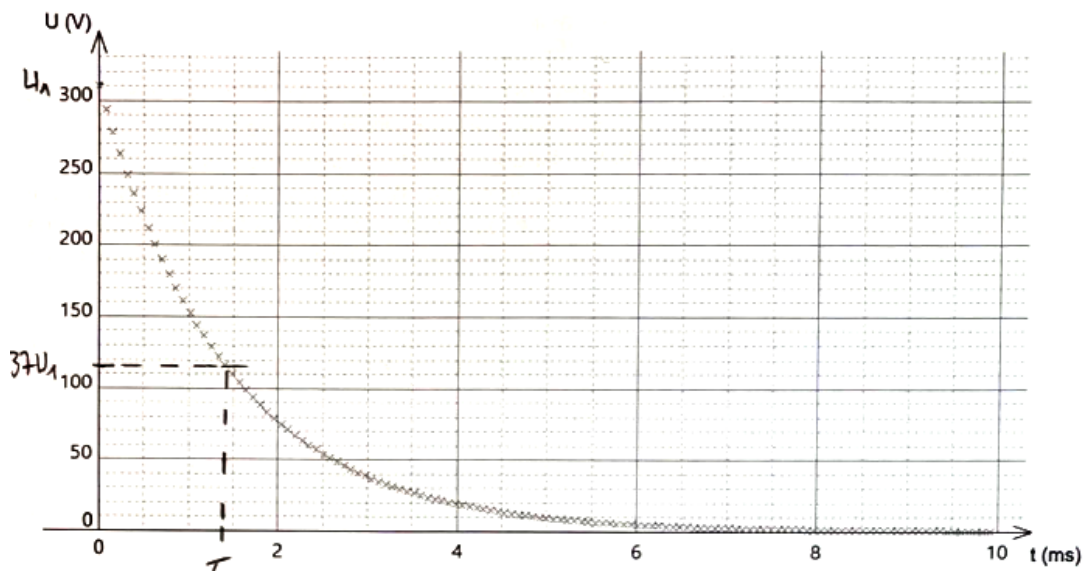
$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau} u_c = 0$$

où τ est une constante.

Q.14. Vérifier que l'équation différentielle admet une solution de la forme $u(t) = A \cdot e^{-t/B}$. Exprimer les constantes A et B en fonction de paramètres du circuit électrique.

Q.15. Montrer que la constante τ est homogène à un temps.

On fournit la courbe de décharge du condensateur.



Q.16. Déterminer la valeur de la constante de temps τ en expliquant la méthode graphique employée.

La durée qui sépare le déclenchement de la photographie et la prise réelle de la photographie est d'environ 5τ , soit 7,5 ms. La photographie est déclenchée lorsque le skateboardeur passe en D. Le saut peut être décomposé en trois étapes : avant l'obstacle, au-dessus de l'obstacle, après l'obstacle. Pour cette étude on prendra : $v_D = 3,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\beta = 50,7^\circ$.

Q.17. Déterminer parmi les trois étapes, celle qui est photographiée.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti.

2. Session 2023 – Jour1 – La Réunion

EXERCICE III - EXTRACTION DU GAZ DE SCHISTE PAR ÉLECTRO-FRACTURATION (6 points)

L'électro-fracturation est une méthode actuellement à l'étude pour remplacer la fracturation hydraulique et extraire le gaz de schiste.

Deux électrodes sont introduites dans une cavité de la roche, remplie d'eau. Une forte tension électrique, fournie par des condensateurs, est appliquée aux bornes des deux électrodes, ce qui provoque un arc électrique, accompagnée d'une « onde de pression » qui fracture la roche en s'y propageant.

Source : d'après www.senat.fr/rap/r12-640/r12-64020.html

L'objectif de cet exercice est d'étudier la charge et la décharge des condensateurs en se basant sur les données d'une expérimentation menée à l'université de Pau et des Pays de l'Adour.

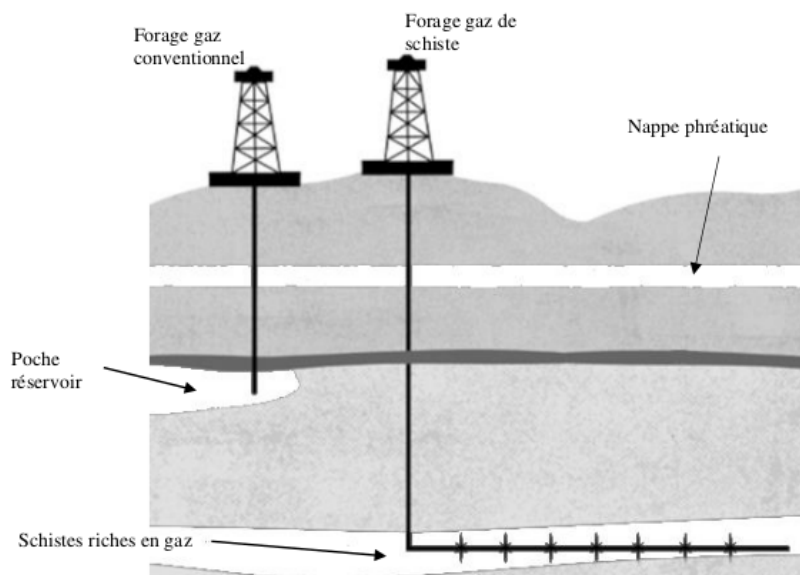


Figure 1 : Exploitation du gaz de schiste et du gaz conventionnel (source : choisir.com)

Données :

- L'énergie stockée par un condensateur peut être calculée avec la relation $W = \frac{1}{2} \times C \times u_C^2$ avec W : énergie stockée par le condensateur en joules (J) ;
 C : capacité du condensateur en farads (F) ;
 u_C : tension aux bornes du condensateur en volts (V).
- Le rendement énergétique η , en %, peut être calculé avec la relation $\eta = \frac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{consommée}}}$.

L'installation électrique permettant d'alimenter les électrodes peut être modélisée de façon simplifiée par un schéma électrique contenant (**figure 2**) :

- un interrupteur deux positions K ;
- une alimentation électrique de tension $E = 40 \text{ kV}$;
- une installation permettant d'intégrer de 1 à 6 condensateurs placés en parallèle, chacun de capacité $C = 200 \text{ nF}$, représentée par un condensateur équivalent de capacité C_{eq} ;
- un conducteur ohmique de résistance $R_1 = 160 \text{ k}\Omega$;
- le système {électrodes + eau} qui peut être modélisé par un conducteur ohmique de résistance $R_2 = 100 \Omega$.

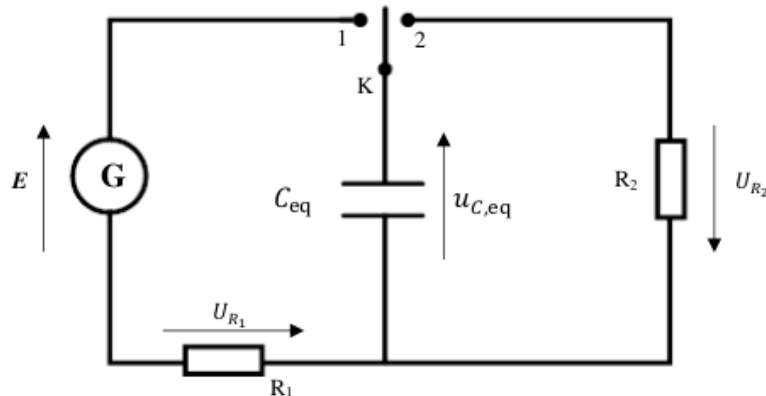


Figure 2 : schéma électrique simplifié de l'installation d'électro-fracturation

PARTIE A : Charge du condensateur équivalent

Dans cette partie, nous allons étudier la charge du condensateur équivalent de capacité C_{eq} pour déterminer l'énergie maximale stockée W_{max} . Le condensateur équivalent est initialement déchargé et l'on ferme l'interrupteur K en position 1 à l'instant $t = 0 \text{ s}$.

- A.1.** Établir l'expression liant la tension aux bornes du condensateur équivalent $u_{C,\text{eq}}$, celle aux bornes du conducteur ohmique u_{R_1} , et la tension aux bornes de l'alimentation E .
- A.2.** Établir l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension $u_{C,\text{eq}}$, aux bornes du condensateur équivalent lors de la charge.
- A.3.** Vérifier que la solution de cette équation différentielle s'écrit : $u_{C,\text{eq}}(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{charge}}}})$ et exprimer τ_{charge} en fonction de R_1 et C_{eq} .
- A.4.** Déterminer la capacité C_{eq} du condensateur équivalent. On détaillera le raisonnement et fera apparaître clairement une partie de la démarche sur la courbe 1 de **l'annexe à rendre avec la copie (page 10/10)**.
- A.5.** En déduire le nombre de condensateurs de capacité $C = 200 \text{ nF}$ utilisés lors de l'expérimentation.
- A.6.** Déterminer l'énergie maximale W_{max} stockée dans le condensateur équivalent chargé.

PARTIE B : Décharge du condensateur équivalent

Avant l'apparition d'un arc électrique entre les deux électrodes, le condensateur équivalent est initialement chargé avec une tension $E = 40 \text{ kV}$, puis il subit une pré-décharge pendant une durée $\Delta t = 12 \text{ } \mu\text{s}$. On considérera pour la suite de l'exercice que $C_{\text{eq}} = 600 \text{ nF}$.

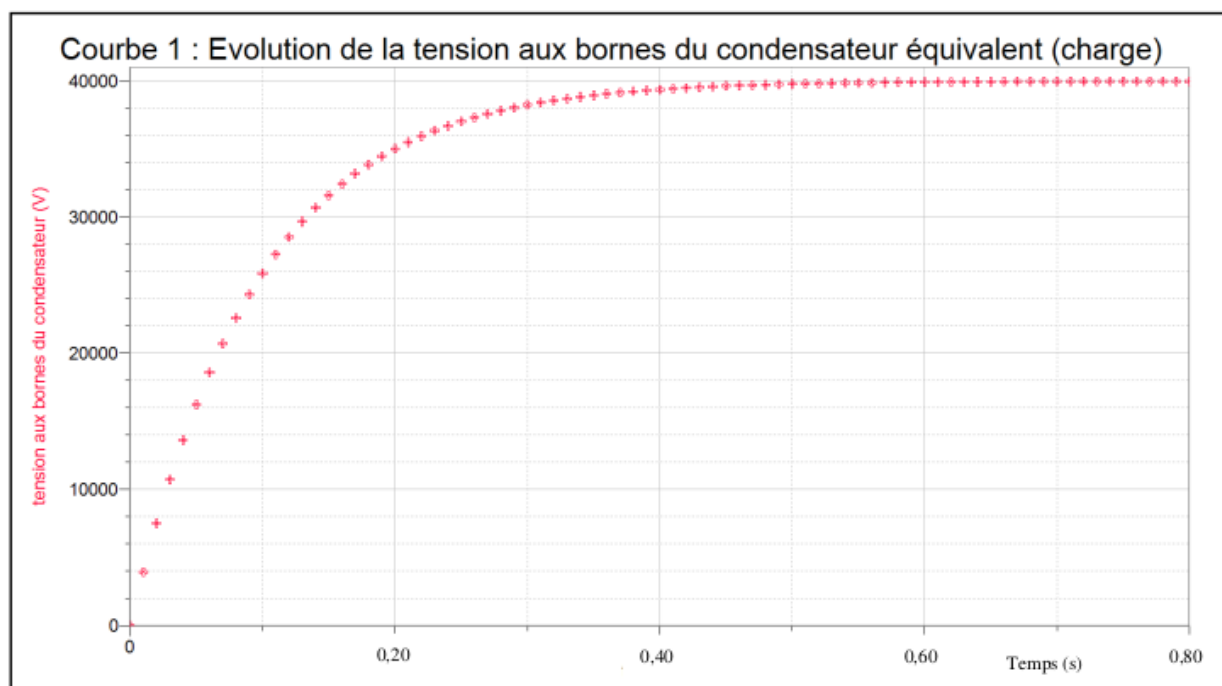
Durant cette pré-décharge, la tension aux bornes du condensateur équivalent évolue selon l'expression $u_{C,\text{eq}}(t) = E \times e^{-\frac{t}{R_2 C_{\text{eq}}}}$.

À $t = 0 \text{ s}$, on ferme l'interrupteur K en position 2.

- B.1.** Déterminer la valeur de la tension $u_{C,\text{eq}}(t = \Delta t)$ aux bornes du condensateur équivalent à la fin de la pré-décharge.
- B.2.** En déduire la valeur de l'énergie restante W_{arc} dans le condensateur équivalent et disponible pour la création de l'arc électrique.
- B.3.** Calculer le rendement énergétique η de l'installation étudiée permettant la création de l'arc électrique. Commenter.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE (même non complétée)

EXERCICE III : Charge du condensateur équivalent



EXERCICE 2 – MICROPHONE ÉLECTROSTATIQUE (5 points)

Le capteur des microphones électrostatiques est modélisable par un condensateur plan. En effet la vibration d'une membrane chargée électriquement à proximité d'une plaque fixe chargée électriquement entraîne la variation de la capacité du dipôle ainsi formé. Dans le modèle du condensateur plan, la membrane constitue alors l'une des armatures et la plaque fixe constitue la seconde armature comme illustre la figure 1. L'objectif de cet exercice est d'étudier le fonctionnement d'un microphone électrostatique.

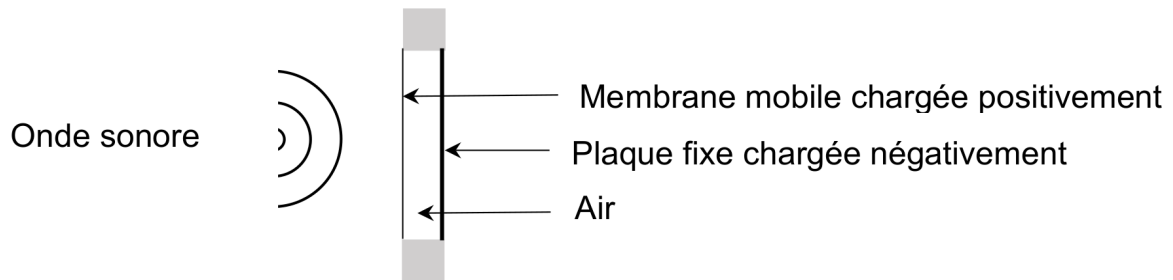


Figure 1 : Schéma de principe du capteur d'un microphone électrostatique.

Polarisation du capteur capacitif d'un microphone électrostatique.

Le circuit permettant la polarisation de la membrane et de la plaque fixe est modélisable par un circuit RC. On étudiera le circuit RC représenté sur la figure 2 avec R la résistance d'un conducteur ohmique, C la capacité du condensateur et E la tension aux bornes du générateur d'une valeur de 200 V.

À la date $t = 0$ s, l'utilisateur ferme l'interrupteur et déclenche la charge du condensateur de capacité C considéré comme initialement totalement déchargé.

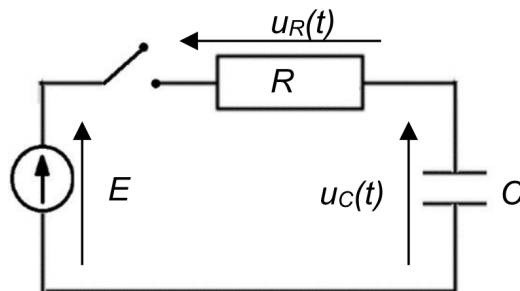


Figure 2. Circuit RC modélisant le fonctionnement du microphone.

Q1. À l'aide de la loi des mailles, montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de sa charge est :

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C}$$

Q2. Vérifier que la solution de cette équation différentielle est $u_C(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ en précisant l'expression et l'unité de la constante τ .

La figure 3 représente la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de la charge en fonction du temps.

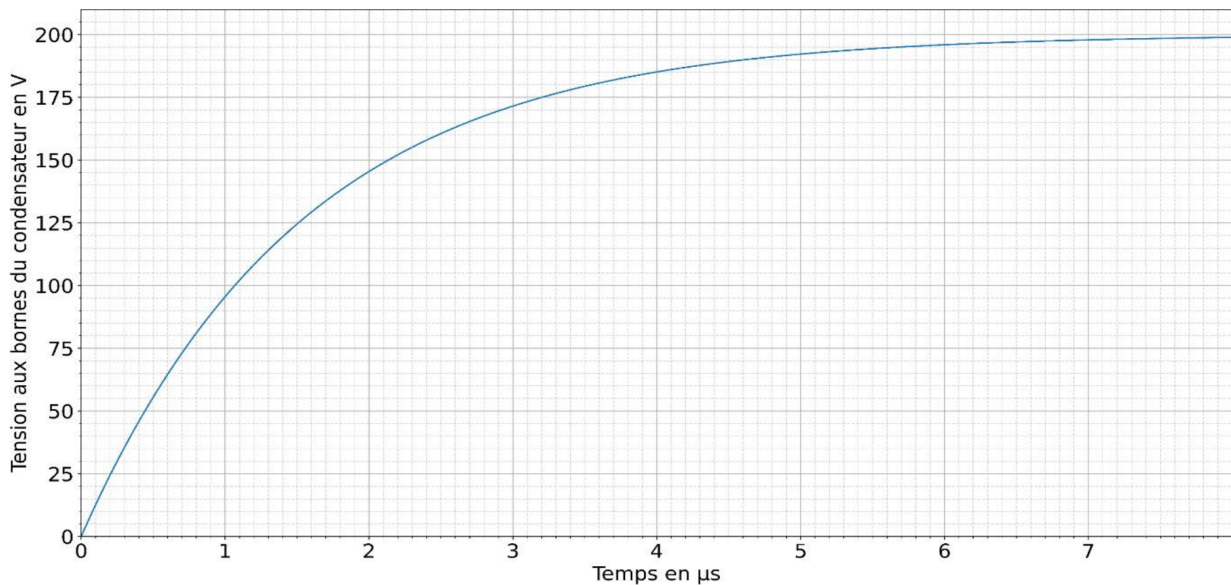


Figure 3. Évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de la charge en fonction du temps.

Q3. Déterminer, à l'aide de la figure 3, le temps caractéristique τ en expliquant votre démarche.

Q4. En déduire la capacité C du condensateur sachant que la valeur de la résistance R du conducteur ohmique est égale à $1,0 \times 10^5 \Omega$.

Fonctionnement du capteur capacitif du microphone électrostatique.

Dans cette partie, on s'intéresse au fonctionnement du capteur capacitif d'un microphone électrostatique représenté sur la figure 1.

Données :

➤ Caractéristiques du microphone :

Surface S de la plus petite des armatures du condensateur : $S = 3,60 \times 10^{-5} \text{ m}^2$.

Distance e entre les armatures du condensateur au repos : $e = 20,77 \text{ } \mu\text{m}$.

➤ Permittivité ϵ_{air} diélectrique de l'air $\epsilon_{\text{air}} = 8,9 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.

➤ La capacité C d'un condensateur plan idéal en farads s'exprime en fonction de la distance e entre les armatures en mètres, de la surface S des armatures en regard en mètres carrés et de la permittivité de l'air ϵ_{air} situé entre les armatures en farads par mètre carré. Son expression est : $C = \epsilon_{\text{air}} \times \frac{S}{e}$.

➤ La relation entre le niveau d'intensité sonore L (dB) et l'intensité sonore I ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$) :

$$L = 10 \times \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

➤ La valeur de l'intensité sonore de référence I_0 est égale à $1,0 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

Q5. Calculer la valeur de la capacité C_0 du condensateur modélisant le microphone au repos.

La figure 3 représente la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de la charge en fonction du temps.

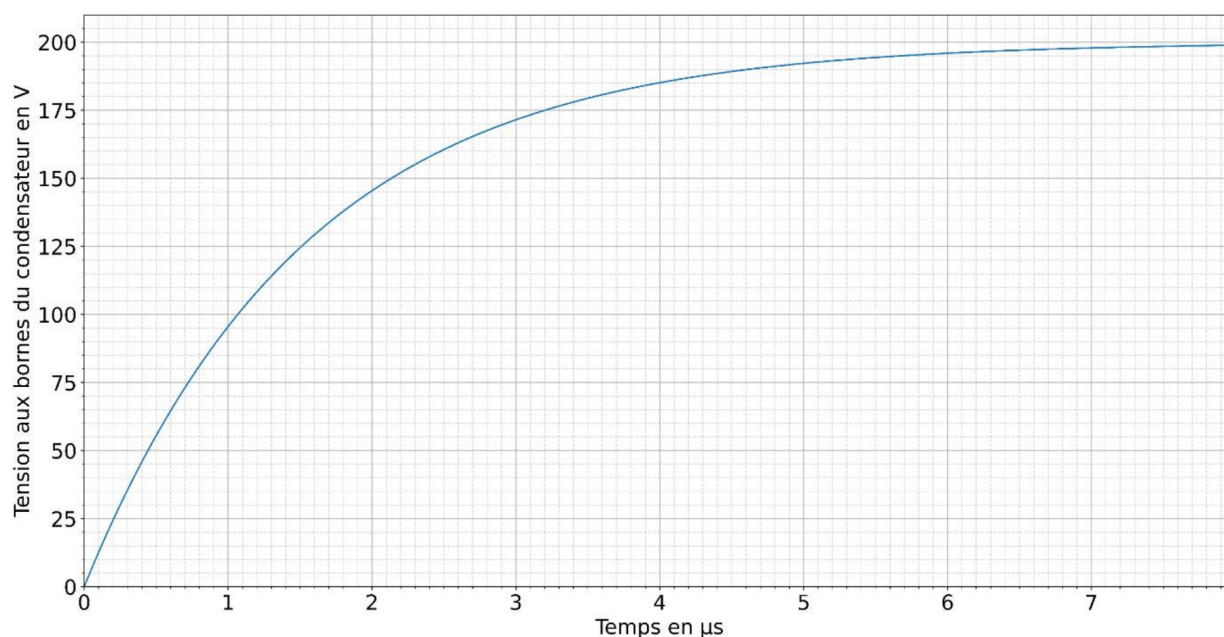


Figure 3. Évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de la charge en fonction du temps.

4. Session 2023 – Jour2 – Métropole

EXERCICE 3 - MODÉLISATION D'UN DÉTECTEUR CAPACITIF D'HUMIDITÉ (6 points)

Correctement calibré, un système d'arrosage automatique de végétaux permet un arrosage homogène, à un moment opportun et sans gaspillage d'eau. À cet effet, il peut être déclenché grâce à l'utilisation d'un détecteur capacitif d'humidité du sol.

L'objectif de cet exercice est d'étudier une modélisation simple d'un détecteur capacitif d'humidité puis de l'utiliser pour illustrer le principe d'une mesure de la teneur en eau d'un sol.

Données :

- dans cet exercice, le détecteur capacitif d'humidité est modélisé par un condensateur plan dont la capacité C varie en fonction de l'humidité du sol ;
- le condensateur est constitué de deux plaques (ou armatures) métalliques de surface S séparées d'une distance d plantées dans un sol de permittivité ϵ :

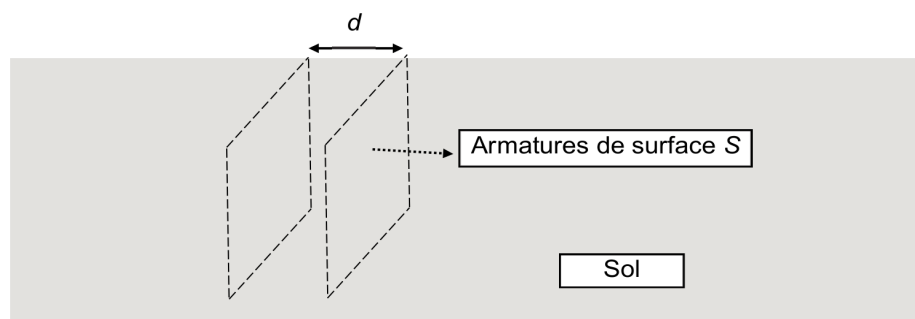
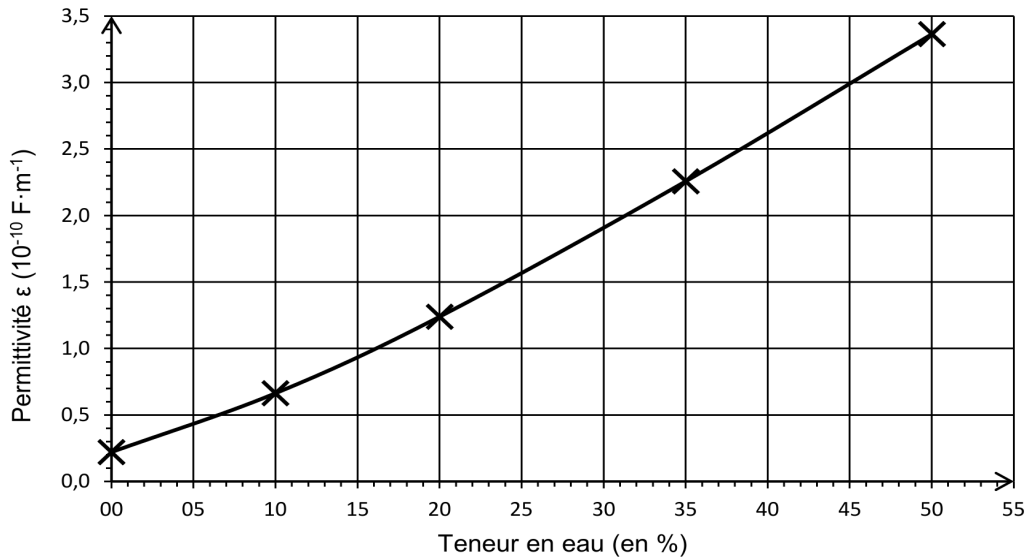


Figure 1. Schéma simplifié du condensateur d'un détecteur d'humidité

- la capacité C (en farad F) du condensateur s'exprime en fonction de la surface S (en m^2) de ses armatures, de la distance d (en m) qui les sépare et d'un paramètre caractéristique du sol appelé permittivité ϵ (en $F \cdot m^{-1}$) du sol par la relation :

$$C = \frac{\epsilon \cdot S}{d}$$

- on appelle « teneur en eau » le pourcentage volumique d'eau dans le sol ;
- on présente la courbe de la permittivité ϵ d'un sol argileux en fonction de sa teneur en eau :



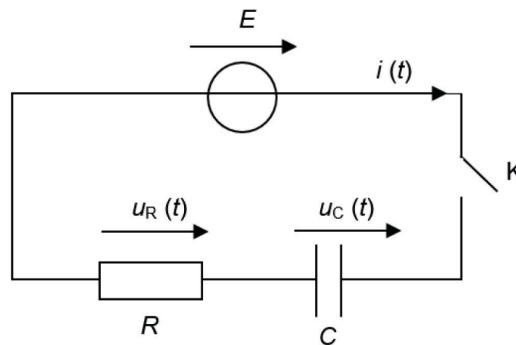
D'après www.hal.laas.fr

Figure 2. Permittivité du sol en fonction de la teneur en eau du sol

1. Modélisation de la charge du condensateur

Q1. Prévoir qualitativement le sens de variation de la capacité C du détecteur capacitif d'humidité quand la teneur en eau d'un sol argileux augmente.

Le condensateur de capacité C , modélisant le détecteur, est branché en série avec un générateur délivrant une tension constante E , un interrupteur K et un conducteur ohmique de résistance R . Le circuit ainsi constitué est modélisé par un circuit de type RC représenté ci-dessous :



À la date $t = 0$ s, le condensateur est déchargé et on ferme l'interrupteur. On souhaite établir l'expression de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

Q2. Montrer que la tension aux bornes du condensateur obéit à l'équation différentielle ci-dessous. Exprimer littéralement le temps caractéristique τ du circuit en fonction de R et de C .

$$\tau \times \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

Q3. Vérifier que la fonction $u_C(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est solution de cette équation différentielle et qu'elle satisfait à la condition imposée à la date $t = 0$ s.

Q4. Montrer que la valeur de u_C à l'instant τ est approximativement : $u_C(\tau) = 0,63 \times E$.

2. Modélisation de la mesure de la teneur en eau d'un sol argileux

La mesure du temps caractéristique du circuit RC permet d'accéder à la valeur de la teneur en eau du sol. Cette mesure est réalisée à l'aide d'un microcontrôleur connecté au circuit RC décrit ci-dessus. Il permet entre autres :

- de commander des alternances charge – décharge du condensateur ;
- de mesurer la tension aux bornes du condensateur ;
- d'afficher, après calcul, la valeur de la teneur en eau.

Pour déterminer le temps caractéristique du circuit RC, on enregistre l'évolution temporelle de la tension aux bornes du condensateur à l'aide du microcontrôleur ; celui-ci relève 52 000 valeurs de la tension par seconde.

Pour que la mesure soit suffisamment précise, on doit disposer d'au moins 10 valeurs de tension aux bornes du condensateur avant d'atteindre le temps caractéristique du circuit RC.

Q5. Montrer que le temps caractéristique τ du circuit RC doit être au minimum de l'ordre de 200 μs .

Le condensateur possède les caractéristiques géométriques suivantes : $S = 1,0 \times 10^{-1} \text{ m}^2$ et $d = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m}$. La valeur de la résistance R du circuit est $R = 2,2 \times 10^5 \Omega$.

Q6. À l'aide de la contrainte sur le temps caractéristique τ du circuit RC, déterminer la teneur minimale en eau d'un sol argileux qu'il est possible de mesurer avec ce dispositif.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

Le microcontrôleur réalise un traitement automatique des données s'appuyant sur un programme, écrit en langage Python, dont une partie est donnée ci-dessous :

```
1 # Arrosage automatique pour un sol argileux
2 E = 5.0
3 tension = 0                                # définition de la tension aux bornes du condensateur
4 t_i = time.time()                            # définition de l'instant initial

5 while tension <                 # boucle et condition
6 float tension = analogRead(A0) * (5.0 / 1023.0) # transforme la mesure du microcontrôleur en tension

7 t_f = time.time()                            # mesure de l'instant final
8 tau = t_f - t_i
9 print("valeur de tau en ms :", tau)          # affichage d'une valeur sur l'écran
```

La commande « while » associée à une condition permet de créer une boucle qui répète la liste d'instructions qui suit, tant que la condition est satisfaite.

Q7. Indiquer l'objectif final de cet extrait de programme.

Q8. Recopier la ligne 5 du programme sur la copie et compléter la condition sur la valeur de la tension aux bornes du condensateur.

Le détecteur est inséré dans un sol argileux. Dans ce type de sol, la teneur en eau doit être comprise entre 24 % et 38 % pour qu'une plante puisse y avoir une croissance normale.

Le programme renvoie le résultat suivant :

```
valeur de tau en ms : 0,28676887987
```

Q9. Déterminer si la teneur en eau mesurée dans ce sol argileux est suffisante pour y assurer une croissance normale d'une plante.

EXERCICE A - UN CAPTEUR CAPACITIF (5 points).

Mots-clés : capacité d'un condensateur, dipôle RC, équation différentielle

Un capteur de déplacement capacitif est une famille de capteurs utilisant l'effet capacitif pour détecter une variation de faibles distances. Il est généralement réalisé avec une électrode, en forme de disque, plane entourée d'un anneau de garde isolé de l'électrode centrale. L'électrode forme avec la pièce à mesurer conductrice un condensateur plan. <https://fr.wikipedia.org>

La capacité d'un condensateur dépend de sa géométrie et de l'isolant entre ses armatures. Si on modifie l'un de ces deux paramètres, la capacité du condensateur va varier. On se sert donc de cette propriété pour utiliser un condensateur comme capteur.

L'objectif de cet exercice est de faire l'étude d'un dipôle RC et d'utiliser ensuite cette étude pour expliquer le fonctionnement d'un capteur capacitif.

Étude théorique de la charge d'un dipôle RC.

On réalise un circuit électrique composé d'un générateur de tension supposé idéal, d'un interrupteur, d'un dipôle ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C reliés en série. Le schéma électrique est donné figure 1.

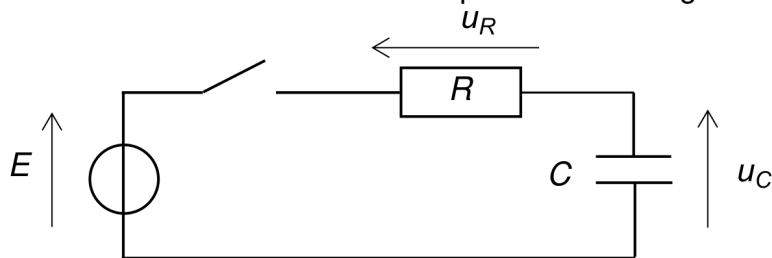


Figure 1 : Schéma électrique du circuit réalisé

L'interrupteur est initialement ouvert et le condensateur est déchargé.

À l'instant $t = 0$ s, on ferme l'interrupteur et un courant d'intensité i circule dans le circuit.

1. Établir une relation entre les trois tensions électriques à l'aide de la loi des mailles, une fois l'interrupteur fermé.
2. Écrire l'expression traduisant la loi d'Ohm pour le conducteur ohmique de résistance R .
3. Écrire l'expression reliant le courant d'intensité i , la tension u_C et la capacité C du condensateur.
4. En déduire que l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur s'écrit :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

5. Vérifier que la solution est de la forme $u_C = E \times (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$.

Étude expérimentale de la charge d'un dipôle RC.

On réalise expérimentalement le montage précédent. On utilise un dipôle ohmique de résistance R égale à 330Ω . À l'instant $t = 0$ s, on ferme l'interrupteur. On relève les valeurs de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps.

L'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur est donnée figure 2.

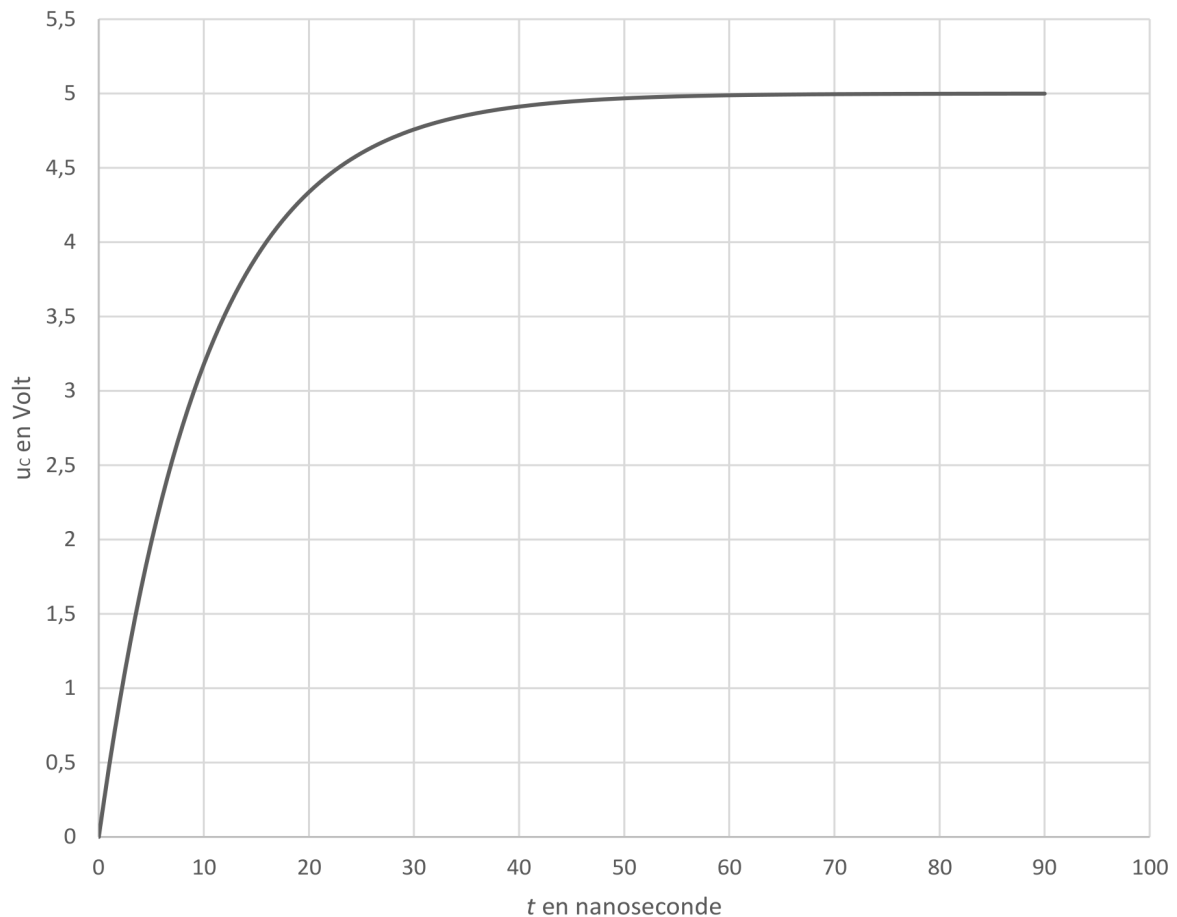


Figure 2 : Évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps

Le temps caractéristique, τ , correspond à la durée nécessaire pour atteindre 63 % de la tension finale aux bornes du condensateur.

6. Déterminer graphiquement la valeur du temps caractéristique τ .

7. Écrire l'expression reliant le temps caractéristique τ , la résistance R du conducteur ohmique et la capacité C du condensateur.

Donnée : Une nanoseconde est égale à 10^{-9} s

8. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

Étude d'un condensateur à capacité variable.

Un condensateur à capacité variable peut être réalisé avec un condensateur plan qui comporte une armature fixe et une armature mobile. Les armatures sont des plaques métalliques séparées par un isolant.

Données :

- La capacité C d'un condensateur plan est donnée par la relation : $C = \frac{\epsilon \times S}{d}$ avec ϵ la permittivité de l'isolant, S la surface des armatures et d la distance entre les armatures.

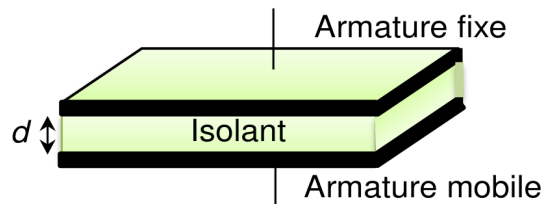


Figure 3 : Schéma d'un condensateur à capacité variable.

9. Sachant que la capacité C d'un condensateur s'exprime en farad (F), déterminer l'unité légale de la permittivité ϵ grâce à la relation précédente.

Dans ce condensateur à capacité variable, les surfaces S des armatures sont constantes et la permittivité de l'isolant ϵ reste la même. Seule la distance d entre les armatures peut être modifiée puisqu'une armature est mobile.

10. On rapproche l'armature mobile de l'armature fixe. Décrire l'évolution de la capacité C du condensateur.

Réalisation d'un capteur de position.

On souhaite coller deux plaques métalliques et contrôler l'épaisseur de colle entre les deux plaques pour éviter qu'il y en ait trop ou pas assez. Les deux plaques peuvent constituer des armatures et la colle est un isolant dont la permittivité ϵ est supposée constante et connue.

On utilise le circuit capacitif de la figure 4 pour contrôler cette épaisseur.

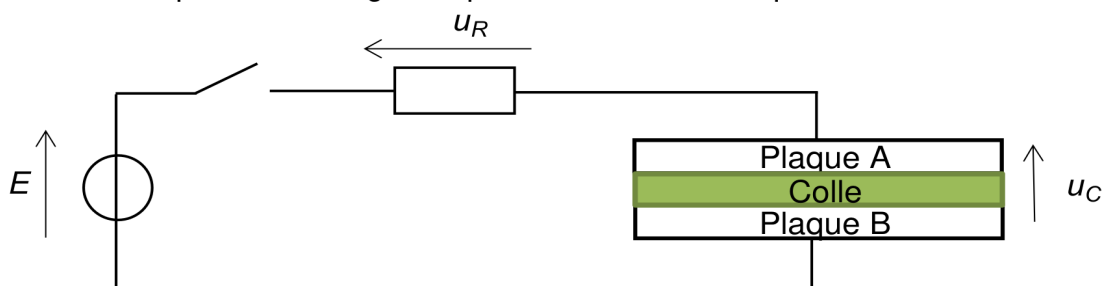


Figure 4 : Schéma du circuit de contrôle de l'épaisseur

11. Expliquer comment utiliser ce montage pour contrôler l'épaisseur de colle.