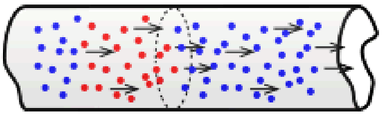
21 Dynamique du dipôle RC

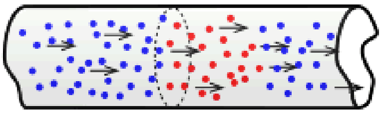
TÉ

1.1. Rappel : intensité du courant électrique en régime permanent

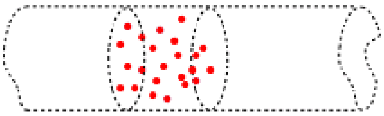
• Le courant électrique I qui traverse un conducteur est dû au mouvement des charges électriques (e^- dans le cas d'un métal) dans ce conducteur. Le courant électrique est le débit de charge électrique à travers la section S du conducteur.



À l'instant t_1, on enclenche la mesure de la charge électrique à travers la section S du conducteur.



À l'instant t_2 on stoppe la mesure de la charge électrique.



La section S du conducteur étudié a « vu passer » une charge électrique Q pendant une durée $\Delta t = t_2 - t_1$.

En régime permanent, le courant électrique I qui traverse un conducteur est le rapport de la charge électrique Q qui traverse sa section S, à la durée Δt mise pour la traverser :

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

avec Q en coulomb (C) ; Δt en seconde (s) et I en ampère (A)

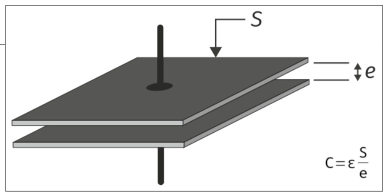
1.2. Intensité du courant électrique en régime variable

• En régime variable, l'intensité notée « i » ainsi que la charge électrique notée « q » sont des fonctions du temps. L'intensité est alors définie comme la dérivée de la charge électrique traversant le conducteur, par rapport au temps :

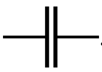
En régime variable : $i = \frac{dq}{dt}$, les unités sont inchangées.

Dans les deux cas, le courant électrique est le débit de charge électrique à travers la section S du conducteur.

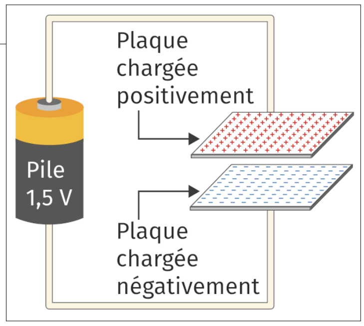
2.1. Condensateur



• Un condensateur est constitué de deux surfaces conductrices en regard, séparées par un isolant (ou diélectrique) Les deux plaques conductrices, ou armatures, constituent les bornes du condensateur.

• Le condensateur le plus simple est constitué de deux plaques, séparées par de l'air, que l'on retrouve dans le symbole du condensateur .

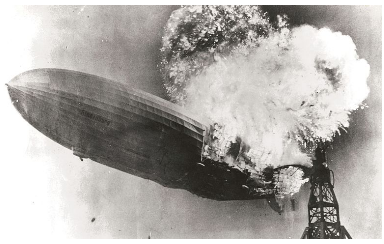
2.2. Condensateur soumis à une tension



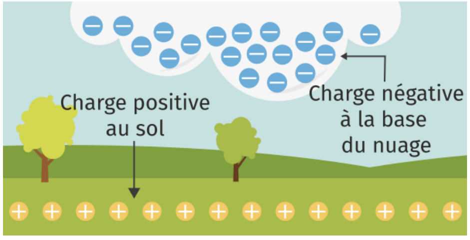
• Lorsque le condensateur est soumis à une tension, un courant électrique s'établit. Des charges électriques opposées s'accumulent sur les armatures. Les charges électriques portées par les deux conducteurs en influence totale sont égales et opposées.

↳ On dit que le condensateur est chargé et l'on note q et – q les charges de chaque face. On dit que q est la charge du condensateur.

2.3. Exemples de condensateur

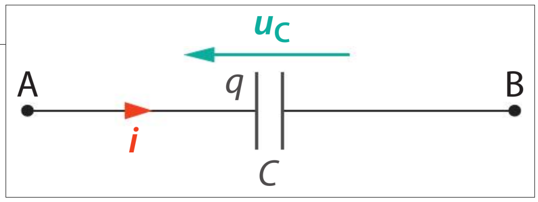


Lors de l'accident du dirigeable Hidenburg, l'armature métallique du ballon et son enveloppe extérieure en tissu ont accumulé des charges opposées. L'étincelle de claquage entre les deux a provoqué l'inflammation instantanée du dihydrogène mélangé à l'air.



Les nuages d'orage ont également un comportement capacitif : lorsque un nuage chargé arrive à la verticale d'un sol conducteur, le sol s'électrise par influence.
Il y a accumulation de charges électriques sur des surfaces en regard.

3.1. Capacité d'un condensateur



• Lorsqu'un condensateur est chargé, une tension u_C apparaît à ses bornes. Cette tension est proportionnelle à la charge q portée par le condensateur : $q = C \cdot u_C$.

• Le coefficient de proportionnalité C s'appelle la capacité du condensateur. Lorsque q est en Coulomb et la tension u_C en Volt, la capacité s'exprime en Farad (F)

> **La charge portée par un condensateur de capacité C aux bornes duquel existe une tension u_C vaut :**
>
> $$q = C \cdot u_C$$
>
> **avec q en coulomb (C) ; u_C en volt (V) et C en Farad (F)**

↳ Une capacité de 1 Farad est extrêmement élevée. On utilise le plus souvent en électronique des condensateurs de l'ordre du microfarad (µF) voire du nanofarad (nF)

3.2. Relation intensité tension pour un condensateur

• En combinant,

↳ la définition du courant électrique en régime variable : $i = \frac{dq}{dt}$

↳ la tension aux bornes d'un condensateur : $q = C \times u_C$

il vient : $i = \frac{d(C \times u_C)}{dt}$ et enfin : $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ où $\frac{du_C}{dt}$ désigne la dérivée de la tension u_C par rapport au temps.

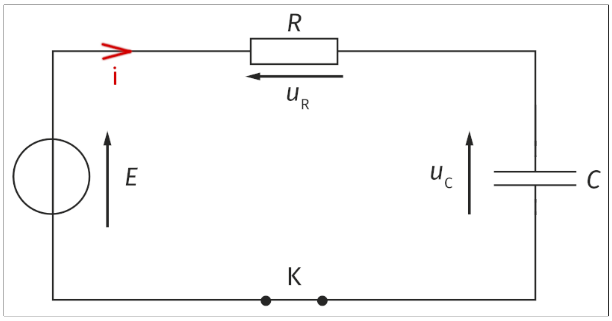
> **L'intensité du courant qui traverse un condensateur de capacité C aux bornes duquel existe une tension u_C vaut :**
>
> $$i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$
>
> **avec q en coulomb (C) ; u_C en volt (V) et C en Farad (F)**

4.1. Étude de la charge d'un condensateur dans le cas d'un circuit RC série

• Une association série RC est branchée aux bornes d'un générateur de tension idéal de force électromotrice E.

↳ Un interrupteur K commande le circuit. Dès que le circuit est fermé, un courant électrique i s'établit, qui charge le condensateur.

↳ On mesure la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps lors de la charge.



↳ Partant d'une tension nulle, la tension aux bornes du condensateur croit au cours du temps pour atteindre la valeur E, tension aux bornes du générateur.

• Mise en équation
↳ La loi des mailles s'écrit : $E=u_R+u_C$
↳ D'autre part, la loi d'Ohm exprime la tension aux bornes de la résistance : $u_R=R\times i$ d'où : $E=R\times i+u_C$
↳ Comme $i=C\cdot\frac{du_C}{dt}$, il vient : $E=RC\cdot\frac{du_C}{dt}+u_C$, soit en réarrangeant :

$$\boxed{\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=\frac{1}{RC}E}$$

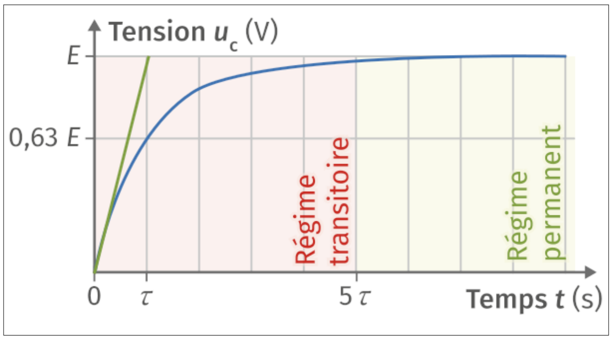
Cette équation est une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec second membre (Revoir le § 4.5. des Transferts thermiques)

• En posant τ = RC, les solutions de cette équation différentielle sont de la forme : $u_C(t)=K\times e^{-\frac{t}{\tau}}+E$ où K est une constante d'intégration (Voir ici pour les plus motivés)

• On détermine la constante grâce à la condition initiale $u_C(t=0) = 0$ et la solution complète est alors :

$$u_C(t)=E\times(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\text{ avec }\tau=RC$$

• La constante τ = RC est homogène à une durée : c'est le temps caractéristique du dipôle RC étudié.

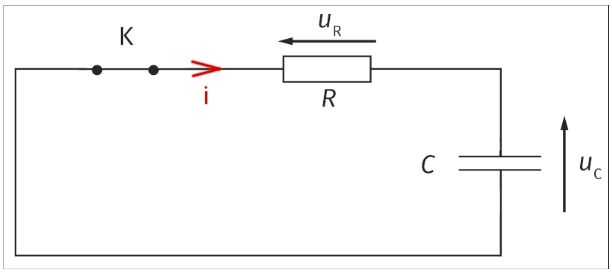


4.2. Étude de la décharge d'un condensateur dans le cas d'un circuit RC série

• Le condensateur chargé est branché en série à une résistance.

↳ Un interrupteur K commande le circuit. Dès que le circuit est fermé, un courant électrique i s'établit, qui décharge le condensateur.

↳ Partant d'une tension non-nulle, la tension aux bornes du condensateur décroît au cours du temps pour s'annuler finalement



• Mise en équation
↳ La loi des mailles s'écrit : $u_R+u_C=0$
↳ D'autre part, la loi d'Ohm exprime la tension aux bornes de la résistance : $u_R=R\times i$ d'où : $R\times i+u_C=0$

↳ Comme $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$, il vient : $RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$, soit en réarrangeant :

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = 0}$$

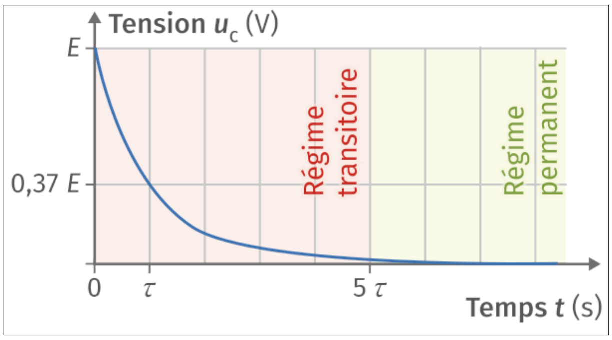
Cette équation est une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants sans second membre (Revoir le § 4.3. de la Modélisation macroscopique de l'évolution d'un système)

• En posant τ = RC, les solutions de cette équation différentielle sont de la forme : $u_C(t) = K \times e^{-\frac{t}{\tau}}$ où K est une constante d'intégration (Voir ici pour les plus motivés)

• On détermine la constante grâce à la condition initiale $u_C(t=0) = E$ pour un condensateur préalablement chargé sous une tension E, et la solution complète est alors :

$$u_C(t) = E \times e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } \tau = RC$$

• La constante τ = RC est homogène à une durée : c'est le temps caractéristique du dipôle RC étudié.



4.3. Détermination du temps caractéristique τ = RC

• La détermination de τ, qui est une grandeur caractéristique est importante. Trois méthodes sont possibles (Voir le TP21-1)
↳ La tangente à l'origine intercepte l'asymptote à la date t = τ.
↳ Lors d'une charge, $u_C(\tau) = 0.63 \times E$; lors d'une décharge, $u_C(\tau) = 0.37 \times E$.
↳ En linéarisant, puis en traçant, l'expression de la solution.

> **On considère généralement que le phénomène est terminé pour t = 5τ. C'est à cette date que l'on passe d'un « régime transitoire » à un « régime permanent »**

↳ Cette valeur de 5τ est retenue pour tous les phénomènes d'ordre 1.

4.4. Capteurs à base de condensateurs

• Le champ d'utilisation des condensateurs est très vaste : filtres de signaux électroniques, oscillateurs, batteries, écrans tactiles, etc. ...

• L'effet capacitif est utilisé dans de nombreux capteurs afin de mesurer des grandeurs physiques. Pour cela, la grandeur physique que l'expérimentateur souhaite mesurer doit être reliée à la valeur de la capacité C du capteur.

↳ Par exemple, un capteur de déplacement capacitif est formé de deux condensateurs en série ayant une armature commune et mobile. Lorsque l'armature mobile s'écarte du repos d'une distance x, les capacités des condensateurs varient.